PREMIOS EXTRAORDINARIOS DE BACHILLERATO 2016-2017

Ejercicio de: MATEMÁTICAS II

Problema 1. Considera la función $f(x) = \dfrac{x}{1-x}$.

a) Estudia su dominio de definición, los puntos de corte con los ejes de coordenadas, sus asíntotas y la posición de la gráfica respecto a ellas. (0’75 puntos).

b) Dibuja la gráfica de la función. (0’75 puntos).

c) De entre todos los rectángulos que tienen uno de sus vértices en el origen de coordenadas, el opuesto de este vértice sobre la curva anterior, uno de sus lados situado sobre el semieje positivo de abscisas y otro, sobre el semieje negativo de ordenadas, calcula el que tiene área máxima. (1 punto).

Problema 2.

a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, comprueba que $A^2 + 3A = I$. (0’75 puntos).

b) Calcula A^{-1}. (0’75 puntos).

c) Si A es una matriz cuadrada cualquiera que verifica que $A^2 + 3A - I = 0$. Prueba que A tiene inversa y determina dicha inversa en función de la matriz A. (1 punto).

Problema 3. Sea r la recta paralela al vector $\vec{v}(1,0,1)$ y que pasa por el punto $A(2,1,-1)$, y s la recta perpendicular al plano $\pi \equiv 2x - y + 2 = 0$ y que pasa por el punto $B(0,0,1)$. Calcula, justificando la respuesta, la ecuación de la recta perpendicular común. (2’5 puntos).

Problema 4.

A) (1’25 puntos). Sean A, B y C tres sucesos incompatibles dos a dos y cuya unión es el suceso seguro. Calcula, razonando la respuesta, P(B) y P(C), sabiendo que $P[(A \cup B)^c] = \dfrac{1}{6}$ y $P(A) = \dfrac{1}{3}$.

B) (1’25 puntos). En un aula con 20 alumnos, hay 12 hombres, de los cuales 4 hablan inglés, y 8 mujeres, de las que 5 hablan inglés. Llaman a una persona al azar y la pasan a otra aula para realizar un prueba de inglés. Contesta, razonando la respuesta, a las cuestiones siguientes:

B.1.) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona llamada supere la prueba?

B.2.) Sabiendo que la persona elegida era mujer, ¿cuál es la probabilidad de que no supere la prueba?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN.

Problema 1.

a) Por determinar bien el dominio y el punto de corte con los ejes coordenados: 0’25 puntos.

Por escribir la ecuación de las dos asíntotas y situar la gráfica respecto a ellas: 0’50 puntos.

b) Por dibujar la gráfica de la función, de forma aproximada, pero con todos los elementos estudiados en el apartado anterior: 0’75 puntos.

c) Por plantear la función que hay que maximizar y la relación existente entre las dos variables: 0’25 puntos.

Por efectuar los cálculos correctamente y llegar a que el área máxima se alcanza en el punto (2, - 2): 0’5 puntos.

Por concluir identificando los cuatro vértices del rectángulo buscado: 0’25 puntos.

Problema 2.

a) Por calcular correctamente A^2: 0’50 puntos.

Por calcular correctamente $A^2 + 3A$: 0’25 puntos.

b) Por calcular correctamente A^{-1}: 0’75 puntos.

c) Por razonar que el determinante de A es distinto de cero y, por tanto, A tiene inversa: 0’50 puntos.

Por determinar, razonadamente, que la inversa es A + 3I: 0’50 puntos.

Problema 3.

Por determinar las ecuaciones de las rectas r y s: 0’50 puntos.

Por determinar la ecuación de un plano paralelo a r y s: 0’50 puntos.

Por determinar la ecuación de un plano perpendicular a r: 0’50 puntos.

Por deteterminar la ecuación de un plano perpendicular a s: 0’50 puntos.

Por determinar la ecuación de la recta buscada: 0’50 puntos.

Problema 4.

A) Por calcular correctamente $P[(AUB)^c]$: 0’5 puntos.

Por calcular correctamente P(C): 0’5 puntos.

Por cualquier justificación razonada de los cálculos: 0’25 puntos.

B) Por resolver correctamente el primer apartado: 0’50 puntos.

Por resolver correctamente el segundo apartado: 0’50 puntos.

Por cualquier justificación razonada de los cálculos: 0’25 puntos.